МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

«ХАРКІВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

Кафедра «Програмна інженерія та інформаційні технології управління»

Індивідуальне домашнє завдання №3

з дисципліни «Додаткові розділи методів дослідження операцій»

Виконав:

Студент групи КН-416а

Бодня Є.В

Перевірив:

Гужва В. О.

Харків – 2020

Для функционалов найти экстремали, построить их графики и исследовать на выполнение достаточных условий экстремума:

**Основные теоретические сведения**

Пусть функция имеет непрерывные частные производные по всем переменным до второго порядка включительно на множестве ,, .

Рассмотрим задачу: среди всех функций и удовлетворяющих граничным условиям

, (1)

найти ту функцию, на которой достигается слабый экстремум функционала

. (2)

Основой для решения простейшей задачи вариационного исчисления является следующие утверждение.

*Если функция и удовлетворяющая условиям (1), дает экстремум функционалу (2), то она является решением уравнения Эйлера*

. (3)

Семейство интегральных кривых уравнения Эйлера называют *экстремалями функционала* (2).

Уравнение Эйлера в развернутой форме имеет вид:

(4)

**Задание 1. Решение.**

Функция:

Найдем частные производные функции :

,

,

,

,

.

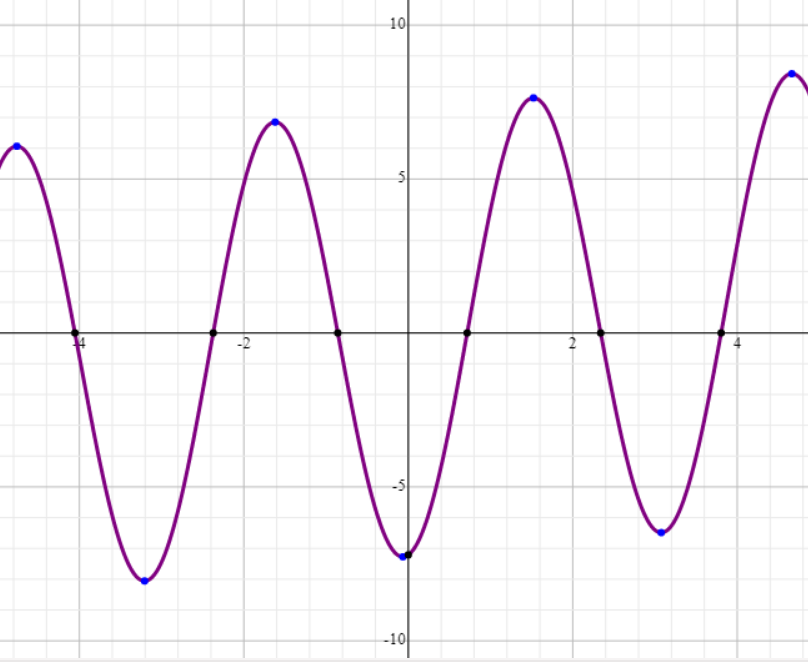
Уравнение Эйлера по формуле (4):

Решая дифференциальное уравнения второго порядка, получим:

Из граничных условий находим:

Таким образом, – искомая экстремаль.

Графическое представление искомой экстремали:



Проверка выполнения:

* условия границы :
* условия границы :

Достаточные условия экстремума:

1. Проверим на выполнение условия Лежандра:

Усиленное условие Лежандра выполнено, переходим к проверке условия Якоби.

1. Выпишем уравнение Якоби:

Пусть решение уравнения:

при обращается в ноль,

при обращается в единицу:

Тогда соотношение констант:

и решение уравнения Якоби можно записать в виде:

На отрезке эта функция более не обращается, т.е. условие Якоби на этой допустимой экстремали выполнено.

Функционал достигает сильного минимума на экстремали:

**Задание 2. Решение.**

Функция:

Найдем частные производные функции :

,

,

,

,

.

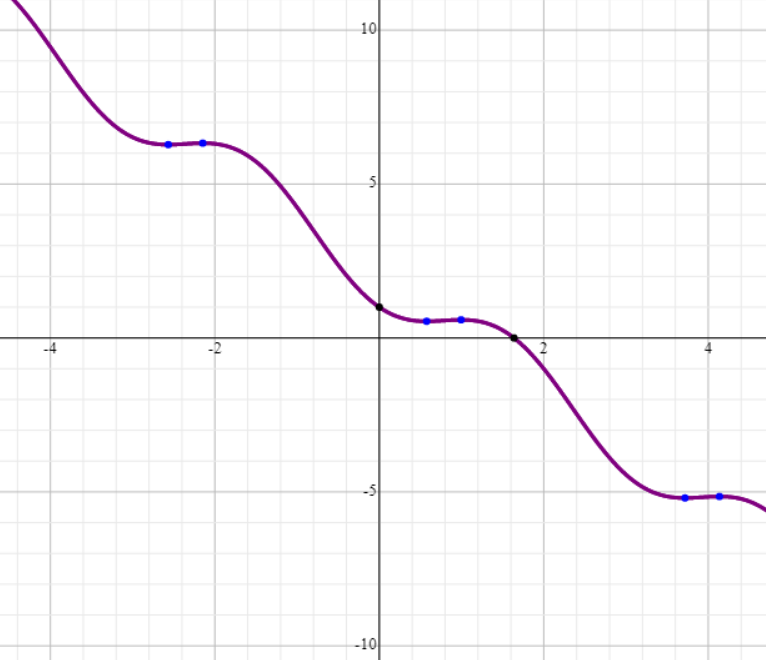
Уравнение Эйлера по формуле (4):

Решая дифференциальное уравнения второго порядка, получим:

Из граничных условий находим:

Таким образом, – искомая экстремаль.

Графическое представление искомой экстремали:



Проверка выполнения:

* условия границы :
* условия границы :

Достаточные условия экстремума:

1. Проверим на выполнение условия Лежандра:

Усиленное условие Лежандра выполнено, переходим к проверке условия Якоби.

1. Выпишем уравнение Якоби:

Пусть решение уравнения при обращается в ноль,

Тогда соотношение констант:

и решение уравнения Якоби можно записать в виде:

На отрезке эта функция более не обращается, т.е. условие Якоби на этой допустимой экстремали выполнено.

Функционал достигает сильного минимума на экстремали:

**Задание 3. Решение.**

Функция:

Найдем частные производные функции :

,

,

,

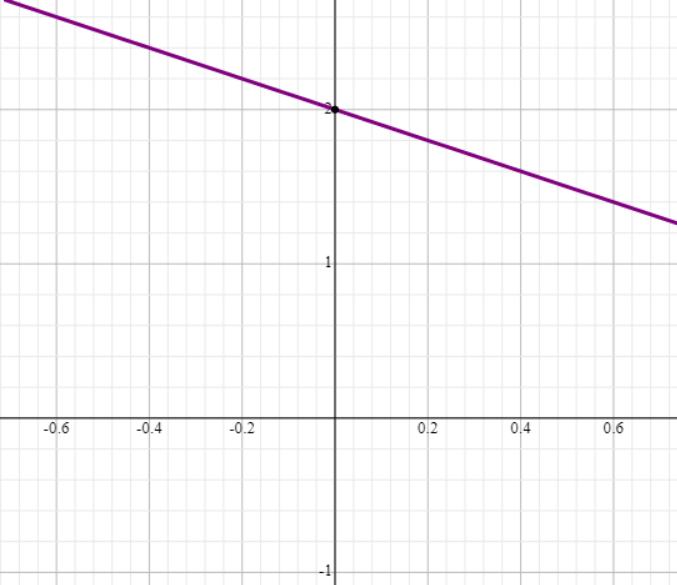
Уравнение Эйлера по формуле (4):

Решая дифференциальное уравнения второго порядка, получим:

Из граничных условий находим:

Таким образом, – искомая экстремаль.

Графическое представление искомой экстремали:



Проверка выполнения:

* условия границы :
* условия границы :

Достаточные условия экстремума:

1. Проверим на выполнение условия Лежандра:

Усиленное условие Лежандра выполнено, переходим к проверке условия Якоби.

1. Выпишем уравнение Якоби:

Поскольку , то . Тогда решение уравнения Якоби можно записать в виде:

На отрезке эта функция более не обращается, т.е. условие Якоби на этой допустимой экстремали выполнено.

Функционал достигает сильного минимума на экстремали: